台大學生微積分求生手冊

Surviving Guide to Calculus

卓永鴻

2018.10.10

1 台大微積分課程介紹

台大的微積分課程,分為微積分甲與微積分乙¹,以下分別簡稱為微甲與 微乙。微甲的對象主要為理工電資,而微乙的對象主要為生農醫管²。大致是 如此區分,但偶有例外。比方說地理系同學可以自由微甲微乙擇一、經濟系自 101 學年度起將必修由微乙改為微甲,以及工管系是科管組修微甲、企管組修 微乙等等。

大學的課程不像以前,有教育部預先制定好課綱,課程的學習內容、順序,多是授課老師自訂。常見的情況是同一課名,不同老師上起來不小差異。 所以若要說微甲微乙到底分別學什麼,這也是沒辦法說得太具體的。

大致來說, 微甲與微乙最主要的區別是微甲多了向量微積分, 向量微積分是大一微積分中算是比較困難的課題, 而它在電磁學、流體力學中是非常重要、必學的。至於有些人會說微甲比微乙更重視證明、更困難, 粗略來說是如此, 但也常聽到微甲上得很和善、微乙超級硬一堆證明等等例子。

在台大眾多的大一微積分課程中,又分**為統一教**學與**非統一教學**。統一教學就是多個班有統一的教科書、統一的進度、統一的作業及考試,非統一教學就完全由授課教師自由發揮³。

在早年,微甲的統一教學又分為一組與二組。其中一組為電機、資工、資管及材料等科系,二組為機械、化工、化學、大氣、地理及土木等科系。自 107 學年度後,制度有些改變。現在是物理系、經濟系、土木系為微積分模組班,以及其它微甲班。

微甲統一教學的用書,每年不太一樣,也因此內容與進度每年不甚相同。 而微乙統一教學的用書,目前已經多年不變,所以近年考古題的參考價值頗 高。

¹在遙遠遙遠的從前, 曾經有微積分優。

²請不要說成是理組文組之別哦!上了大學,已經更細緻地分為各個學院了,而且生命科學、醫藥相關科系都是理組哦!

³所以,和善的微甲與失控的微乙多是非統一教學的班級發生的。

2 課堂秘笈

首先由心態方面來說:

1. 不要以為高中學過就掉以輕心

高中微積分與大一微積分有一定的重疊,許多人因此掉以輕心,甚至缺課。其實,高中的內容往往較為簡化,相同主題到了大學還是有新東西要學,特別是學期初碰面的「極限的嚴格定義」⁴,那可是微積分的開學殺手,其難懂的程度是殺得許多人措手不及的⁵!另外,許多同學是從補習班學的微積分,然而補習班老師所教的往往是三腳貓功夫,與大學課堂的嚴謹、深刻是不能比擬的。

所以,除非你是極少數那種高中以前邊先修大學微積分的資優生,不然 千萬不要自恃以前學的高中微積分!

2. 不可以有逃避心態

許多同學,因為高中以前數學表現不怎樣、因為微積分曾經被當,對數學產生的畏懼、排斥。本來若自認數學天分較差,理應付出更多努力。但是人的心理嘛,難免心生畏懼,會有排斥心理。一但畏懼,那就完了。你經常向人抱怨買菜用不到微積分,然而這樣沒有用,你還是要修微積分;你經常心想先做別的事,微積分晚點再讀。一週拖過一週,醒過來時,明天就要期中考。完了完了,明明本來立定心志要好好努力,怎麼事態發展成這樣?這時真的來不及了,讓你有再好天資、遇到教學非常好的老師,這麼短的時間也救不起來了!

所以, 你要及早發現自己的逃避心理, 然後第一步先戰勝自己, 接著才 是其他的學習策略。

這裡來讓我鐵口直斷一下。如果你正是那種因畏懼而逃避的同學,看了上面這段你雖然會點頭,但你依然不願意面對、能拖就拖,最後微積分還是過不了。

不服? 那就證明給我看, 歡迎學期結束後來信告知我你成功克服了恐懼。

⁴目前微乙統一教學無此主題。

 $^{^5}$ 就連世界一流的數學家 Paul Halmos(1916-2006),當年也是到了大四才突然領會極限的嚴格定義在講什麼!

3. 不要被老師上課方式嚇到

授課老師九成以上都是數學系出身,數學系隸屬於火星,和生活在地球的我們思維比較不一樣。即使台下一堆商管社科同學,他在台上依舊自然而然地定義、定理、證明、……很多同學直接就被嚇到了。要是即刻調適過來還好,但常見的是同學馬上兵敗如山倒,不去上課,也覺得自己學不來微積分。

其實,大學數學課堂與高中以前很不一樣。高中以前的上課方式很強烈 地與考試連結,大學數學可以平時上課一堆證明,但考試依然以計算居 多。

4. 不要被課本嚇到

大學數學與高中數學有一個差異是:一本書讀不懂,你可以參考一下別的書,因為不同作者寫法可能很不一樣。微乙統一教學的用書,近年來都是同一本……(中間消音),你看不懂課本寫什麼,不一定是你的問題,也許參考別的書就讀懂了、有感覺了。

再來是課程進行方面:

1. 主動向助教求助

修微積分的同學多為大一新生,對於助教制度較為陌生。許多人可能讀 到研究所才慢慢了解助教制度。

常見一種現象:助教開放了 office hour 但都沒有人要來,另一方面,同學們學習上遇到困難但不知上哪求助。

所以,聽我一言:

要多多利用助教啊!!

要多多利用助教啊!!

要多多利用助教啊!!

許多助教是非常樂意幫助同學的,你去尋求協助的時候他們會慈眉善目地幫助你。若是言語上讓你不好受,經常也是刀子口豆腐心。

若是不幸地,你真的遇到萬中選一的助教:很沒耐心又對你酸言酸語。或許你可以有個心態:「我就是厚著臉還是要問你怎麼樣!是你對我的看法重要還是學分重要!」

以前我在台大修希伯來文時,老師曾經分享過一個偉大的猶太拉比所說過名言。原文我就不打了,應該很少人看得懂。字面直譯是說:害羞的人沒辦法學,沒有耐心的人沒辦法教。前半句的大意是說,作為學生,你必須勇於尋求協助、發問。你是第一個能幫助自己的人,接著才是其他貴人。

2. 多與授課教師發問、建立感情

助教犯錯也是正常的,不必太苛責助教,有時一些問題可以向授課教師詢問。

不過,這還是其次。更重要的是:

你要向老師展現出你很認真的一面!

你要向老師展現出你很認真的一面!

你要向老師展現出你很認真的一面!

課程大綱往往明定評分標準,但是你慢慢會明白一件事,文字規定是死的,人是活的,你能不能拿到學分,授課教師還是掌有最終權責。在大學,調分是常見的。而為什麼老師要幫你調分到過呢?那就必須你平常隨時讓老師知道你的認真、知道你的困難、知道你的突發狀況。

許多老師學期末才遇到一堆同學來求情,說他生病、車禍、失戀、……各種狀況,所以修課上比較困難,可是學分又非拿不可。如果你沒有隨時讓老師知道你的狀況,等學期末總成績難看了才求情,縱使老師樂意幫助學生,但這時候老師已經很難做什麼了。

什麼?你平常不太好意思找老師談話?嗯嗯……可能你還沒體會到被當 重修有多麼麻煩,那就等你重修到大四的時候再多找老師。

我還有個小小建議,各種大小考完之後,自己趕快寫一份訂正交給老師,實在無法解決的部分就詢問老師。老師有沒有要求這麼做、會不會覺得這樣很煩,這不是重點,重點這是一個展現自己認真的策略。你也不一定真的要這樣照著做,這只是一個舉例而已,也許你還能發揮什麼創意來展現給老師。我自己修課的時候花招可多了,明招暗招都有。

3 校內可用資源

學習要有成效,不光憑個人天分,資源的獲取也十分重要,以下分享台大校內的資源。

1. 微積分統一教學網

http://www.math.ntu.edu.tw/~mathcal/

就算你是非統一教學的班級,依然可以來看看這裡的習題解答、歷年期 中期末考解答。事實上,許多準備轉學考的外校同學都會積極使用這裡 的題目。

2. 學習諮詢服務

https://ctld.ntu.edu.tw/ls/reservation/v3/

這是由教務處教學發展中心的學習促進組所提供的服務,由校內的優秀 學長姐擔任課業輔導小老師,給學校同學解惑。不管是解題,還是學習 策略提問、學習資源指引,都可以試著由小老師那裡獲取一些經驗、秘 訣。

3. 台大開放式課程

http://ocw.aca.ntu.edu.tw

以微積分作為關鍵字,可以搜到課程。

4. NIICO 學問學

http://niico.org

這是台北跨校⁶的學習平台,提供解題、學習策略等等方面的影片。於期中期末前還會舉行「微積分之夜」的直播解題活動。

⁶但主辦單位是隸屬於台大

4 校外資源

1. Wolfram Alpha

http://www.wolframalpha.com/

將數學問題輸入, 它可以快速幫你計算、畫函數圖等等, 異常強大。

2. Khan Academy

https://www.khanacademy.org/

知名的可汗學院,提供優質免費的教學影片,內容包含中學數學、大學 微積分、機率統計等等。

在網易公開課有中文字幕: https://open.163.com/khan/

3. 3blue1brown

http://www.3blue1brown.com/

利用精美的動畫來提供對數學的直觀理解,內容包含 Essence of Calculus、Essence of Linear Algebra 等等。

B 站上有官方中文站: https://space.bilibili.com/88461692/, 有翻成中文的微積分的本質、線性代數及深度學習等等。

知乎上有相關討論文章 https://www.zhihu.com/question/58819482, 其中這是官方中文翻譯團隊成員的回答

https://www.zhihu.com/question/58819482/answer/253076648 , 介紹了3blue1brown 創辦人的理念。

4. 微積分福音

http://CalcGospel.in

我不喜歡自吹,請自行參考。